НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Факультет систем управления и робототехники

**Теория автономного управления**

Лабораторная работа №2

«Переходные процессы, свободное движение, устойчивость»

**Выполнил студент:**

Мысов М.С.

Группа № R33372

**Руководитель:**

Перегудин А.А.

г. Санкт-Петербург

2022

**Вариант – 10**

**Задание 1**

Придумываем корни характеристического уравнения, соответствующие:

1. Двум устойчивым апериодическим модам .

Вычисляем коэффициенты :

Находим уравнение, описывающее свободное движение системы .

Используя выбранные начальные условия (, найдем .

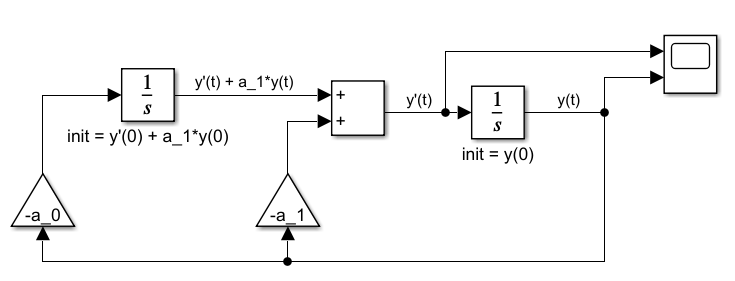


Схема 1. Моделирование свободного движения системы

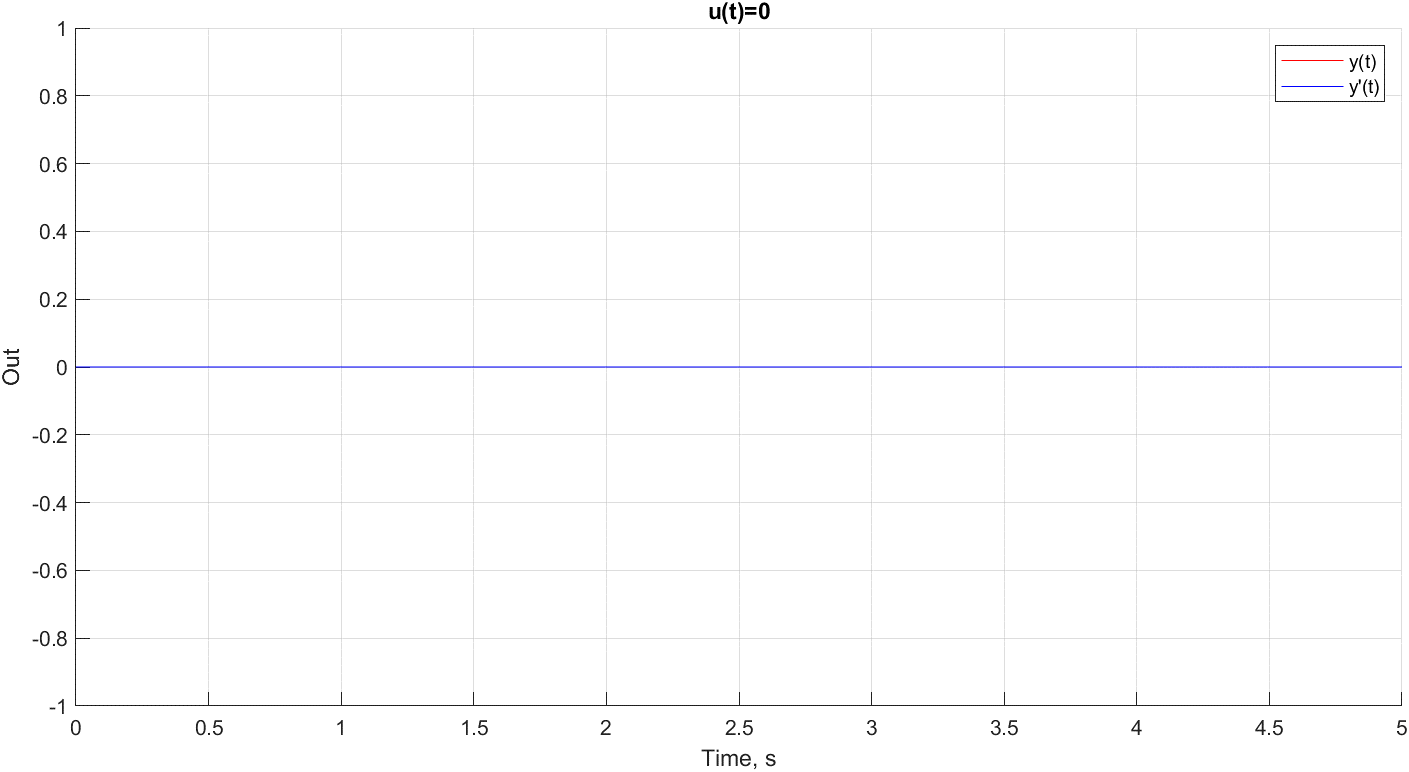


График 1. Моделирование свободного движения с нулевыми начальными условиями

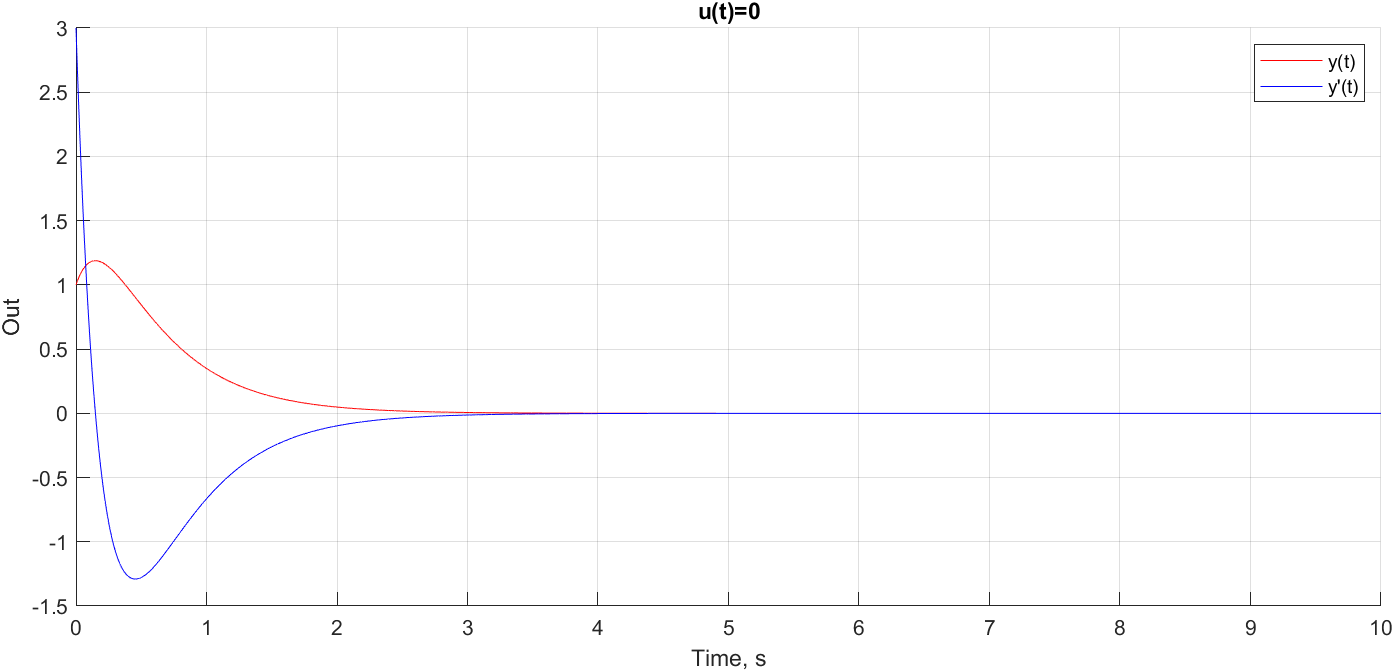


График 2. Моделирование свободного движения системы с ненулевыми начальными условиями

Так как корни характеристического полинома данной системы вещественные и отрицательные, то соответствующие моды затухающие и устойчивые. **Система** в данном случае является асимптотически **устойчивой**, что мы и наблюдаем на графике.

1. Устойчивой и неустойчивой апериодическим модам .

Вычисляем коэффициенты :

Находим уравнение, описывающее свободное движение системы .

Используя выбранные начальные условия (, найдем .

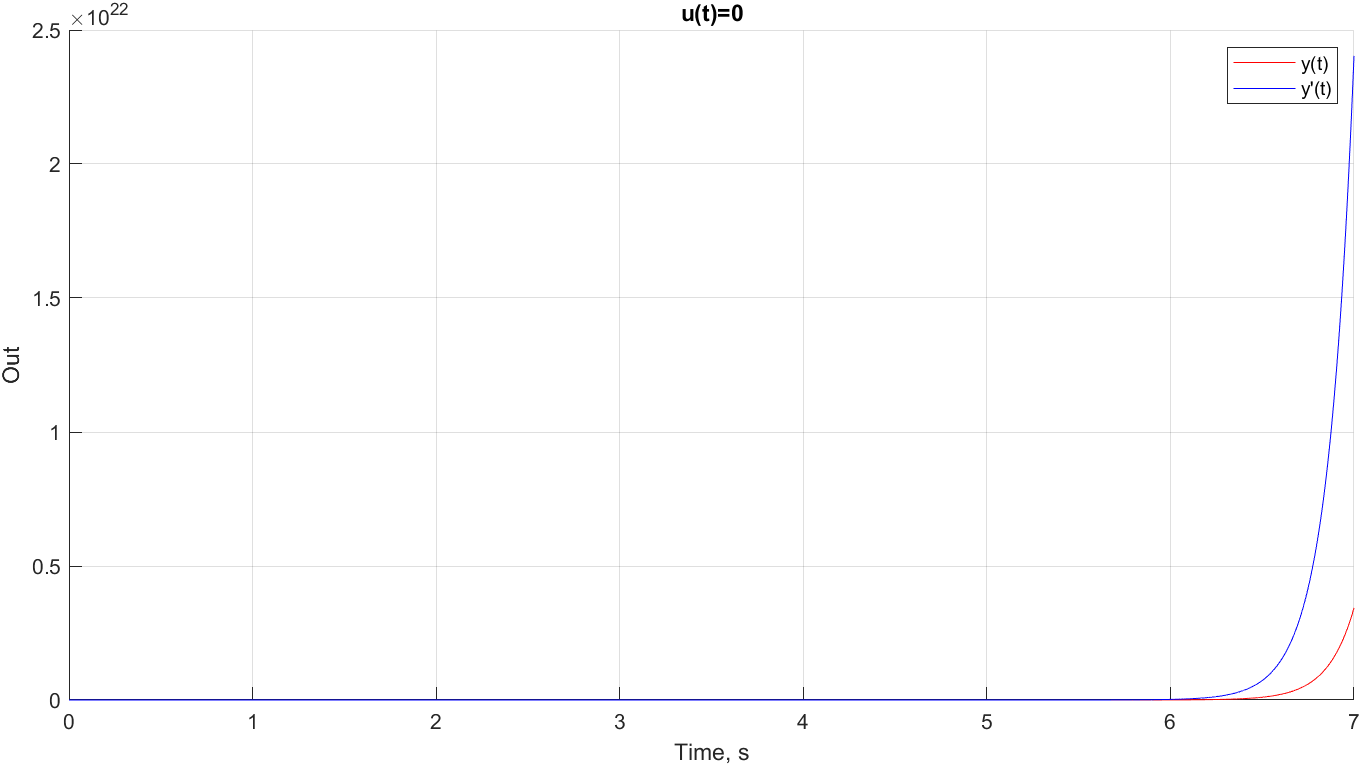


График 3. Моделирование свободного движения системы с ненулевыми начальными условиями

Корень вещественный и отрицательный, его мода затухающая и устойчивая. Но второй корень вещественный и положительный, его мода растущая и неустойчивая. Из-за второй моды, можно сделать вывод, что **система** в данном случае **неустойчивая**, что подтверждается графиком.

1. Нейтральной и апериодической модам .

Вычисляем коэффициенты :

Находим уравнение, описывающее свободное движение системы .

Используя выбранные начальные условия (, найдем .

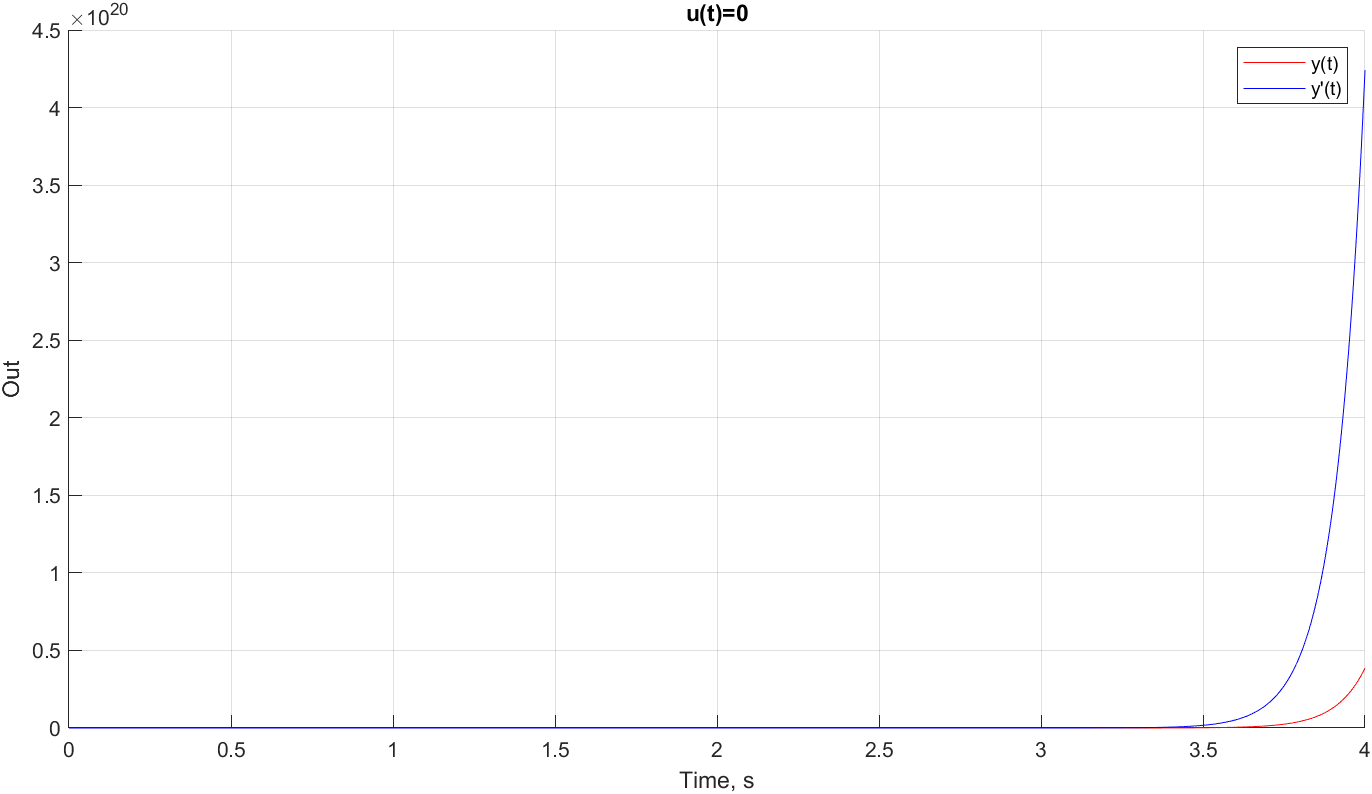


График 4. Моделирование свободного движения системы с ненулевыми начальными условиями

Корень имеет нейтральную моду **1**. А корень вещественный и положительный, его мода растущая и неустойчивая. Из-за второй моды, можно сделать вывод, что **система** в данном случае **неустойчивая**.

1. Нейтральной и линейной модам .

Вычисляем коэффициенты :

Находим уравнение, описывающее свободное движение системы .

Используя выбранные начальные условия (, найдем .

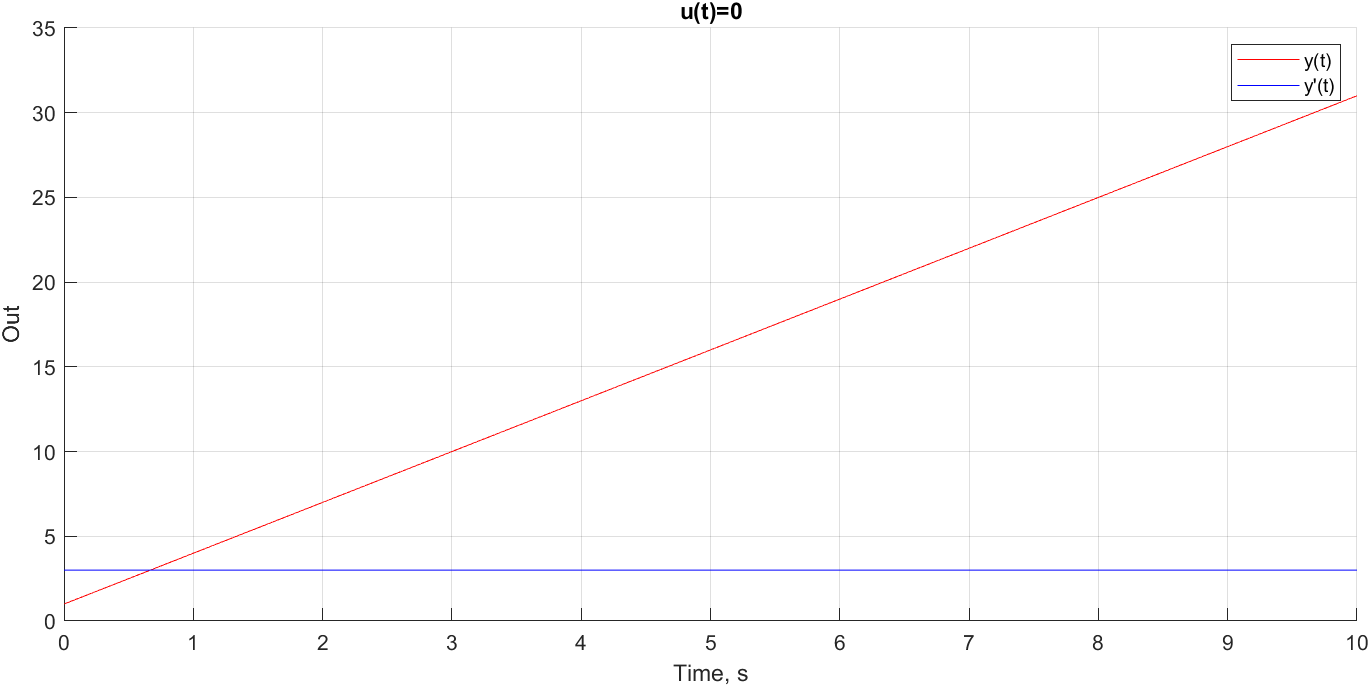


График 5. Моделирование свободного движения системы с ненулевыми начальными условиями

В этой ситуации система имеет кратные корни с нулевой вещественной частью. **Система** **неустойчивая**.

1. Паре консервативных мод .

Вычисляем коэффициенты :

Находим уравнение, описывающее свободное движение системы .

Используя выбранные начальные условия (, найдем .

В этой ситуации корни чисто мнимые и имеют консервативные моды **.** **Система** находится в **колебательной границе** устойчивости.

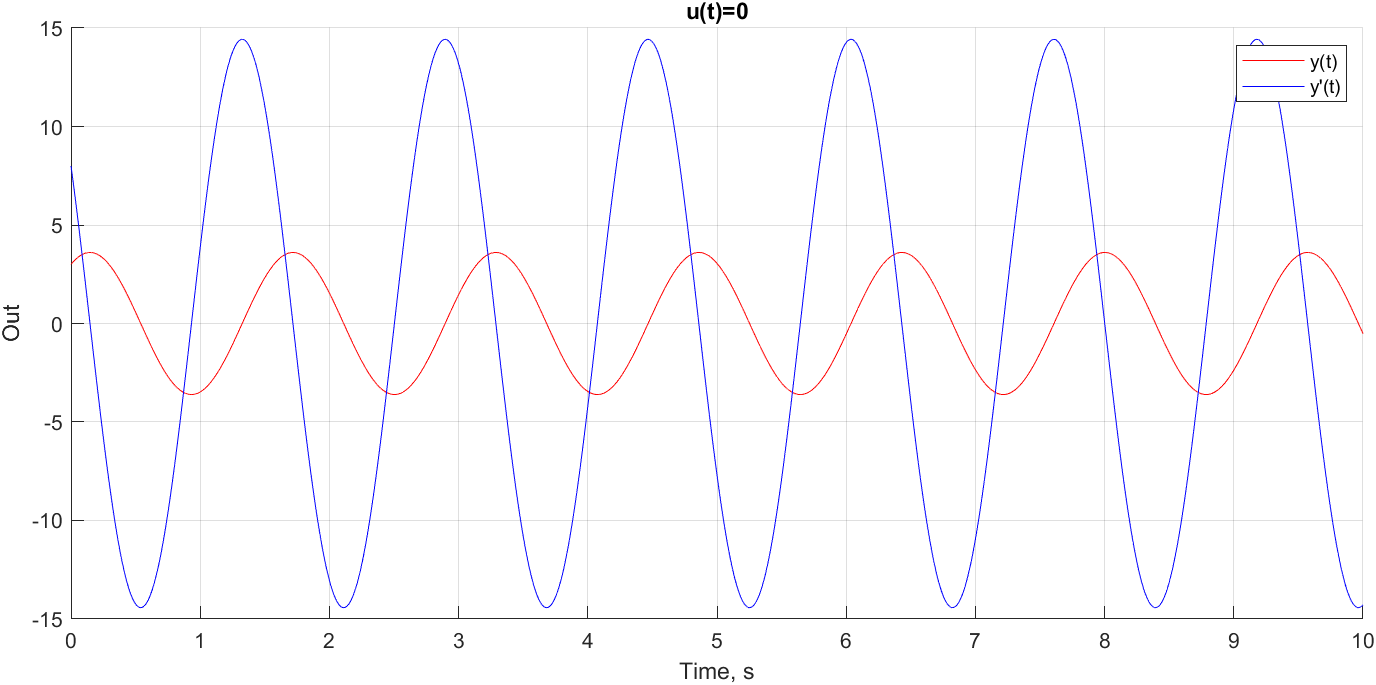


График 6. Моделирование свободного движения системы с ненулевыми начальными условиями

1. Паре устойчивых колебательных мод .

Вычисляем коэффициенты :

Находим уравнение, описывающее свободное движение системы .

Используя выбранные начальные условия (, найдем .

Корни комплексно-сопряженные и вещественная часть у них отрицательная, график выглядит как затухающая экспонента. Моды устойчивые колебательные. **Система** тоже **устойчивая**.

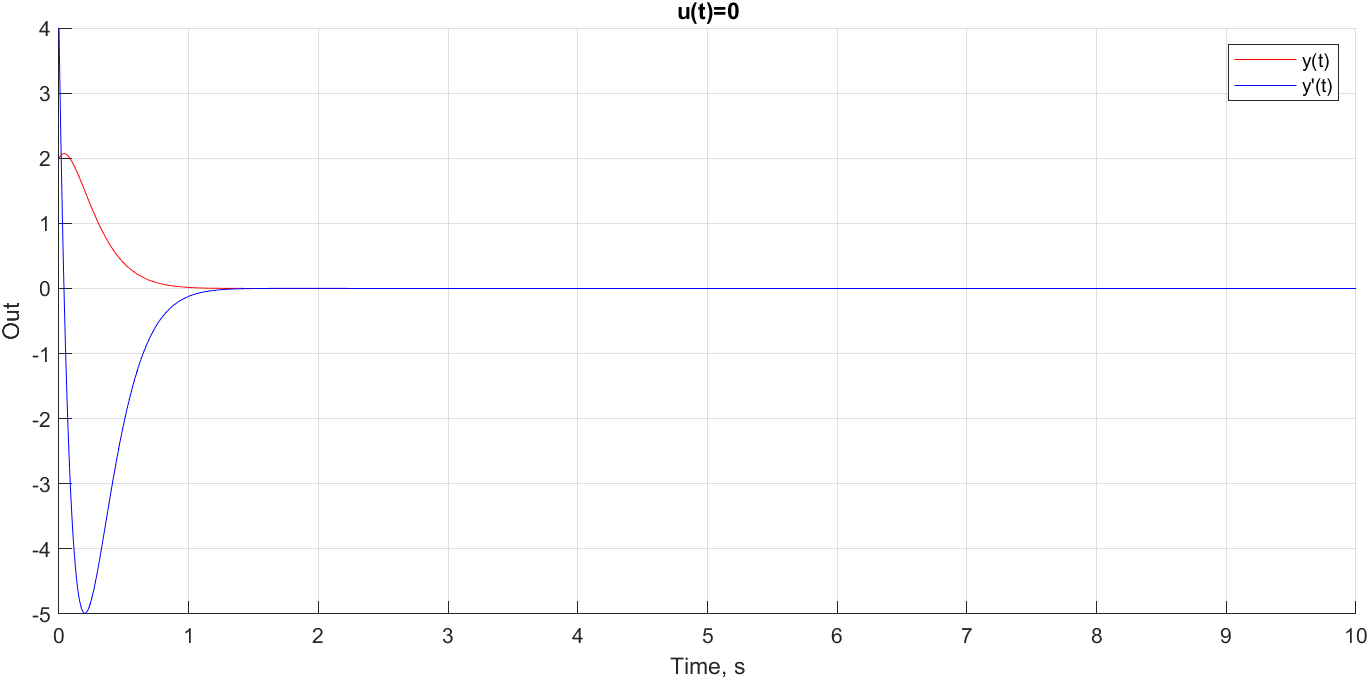


График 7. Моделирование свободного движения системы с ненулевыми начальными условиями

1. Паре неустойчивых колебательных

Вычисляем коэффициенты :

Находим уравнение, описывающее свободное движение системы .

Используя выбранные начальные условия (, найдем .

Корни комплексно-сопряженные, но вещественная часть в этом случае положительная, график выглядит как растущая экспонента. Моды неустойчивые колебательные. **Система** тоже **неустойчивая**.

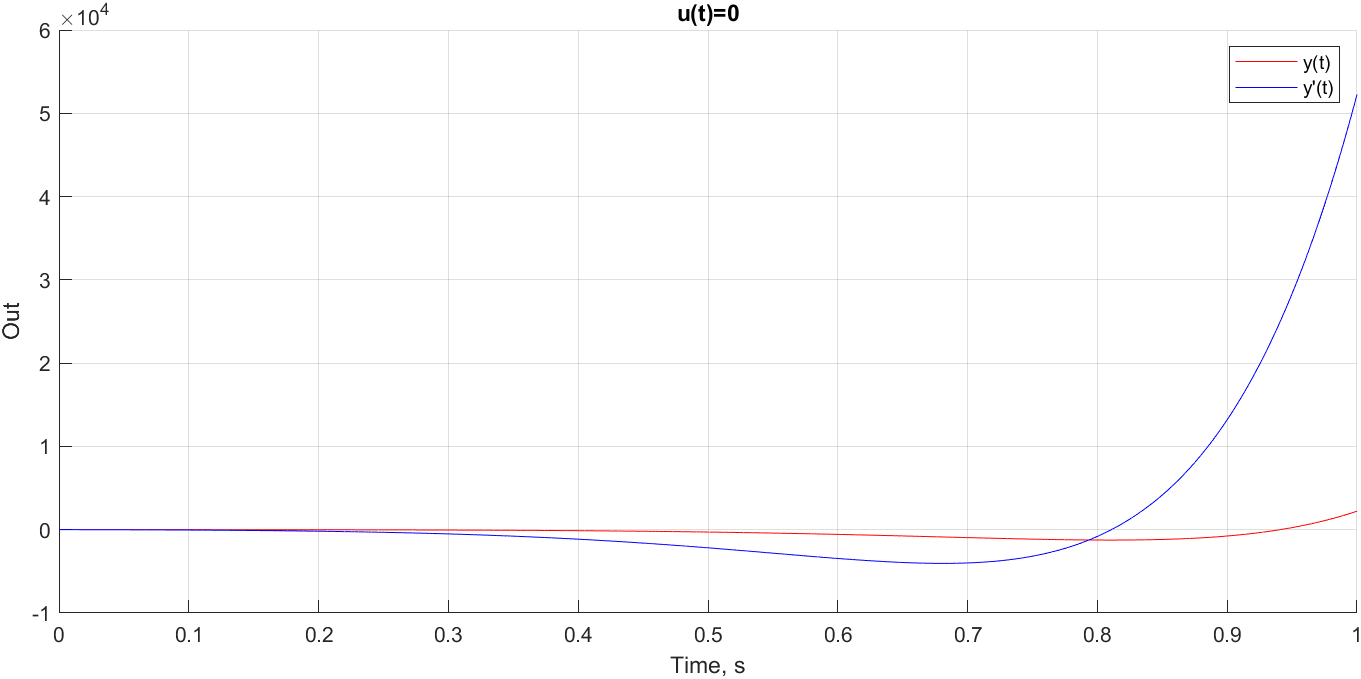


График 8. Моделирование свободного движения системы с ненулевыми начальными условиями

**Задание 2**



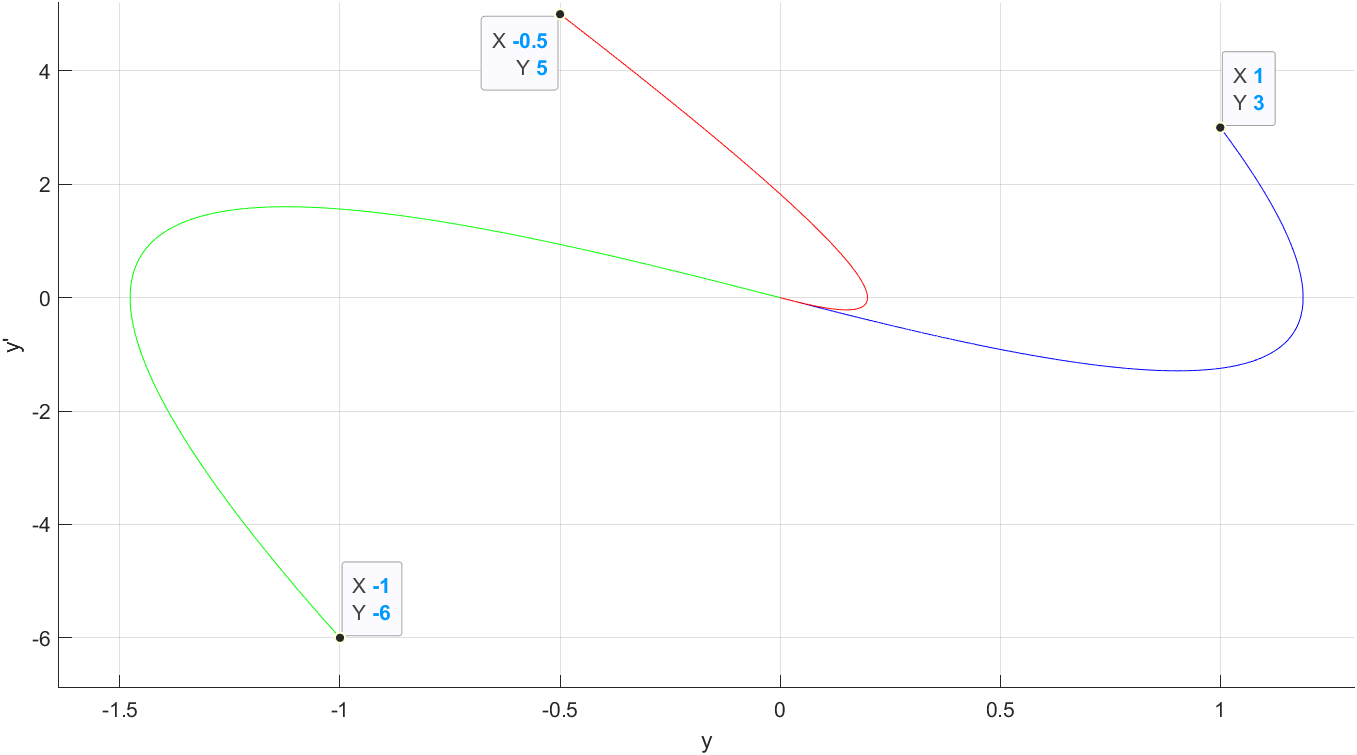
****

График 9. Фазовая траектория y'(y) для системы 1

Так как **система устойчивая**, то все **траектории сходятся** в нуль.



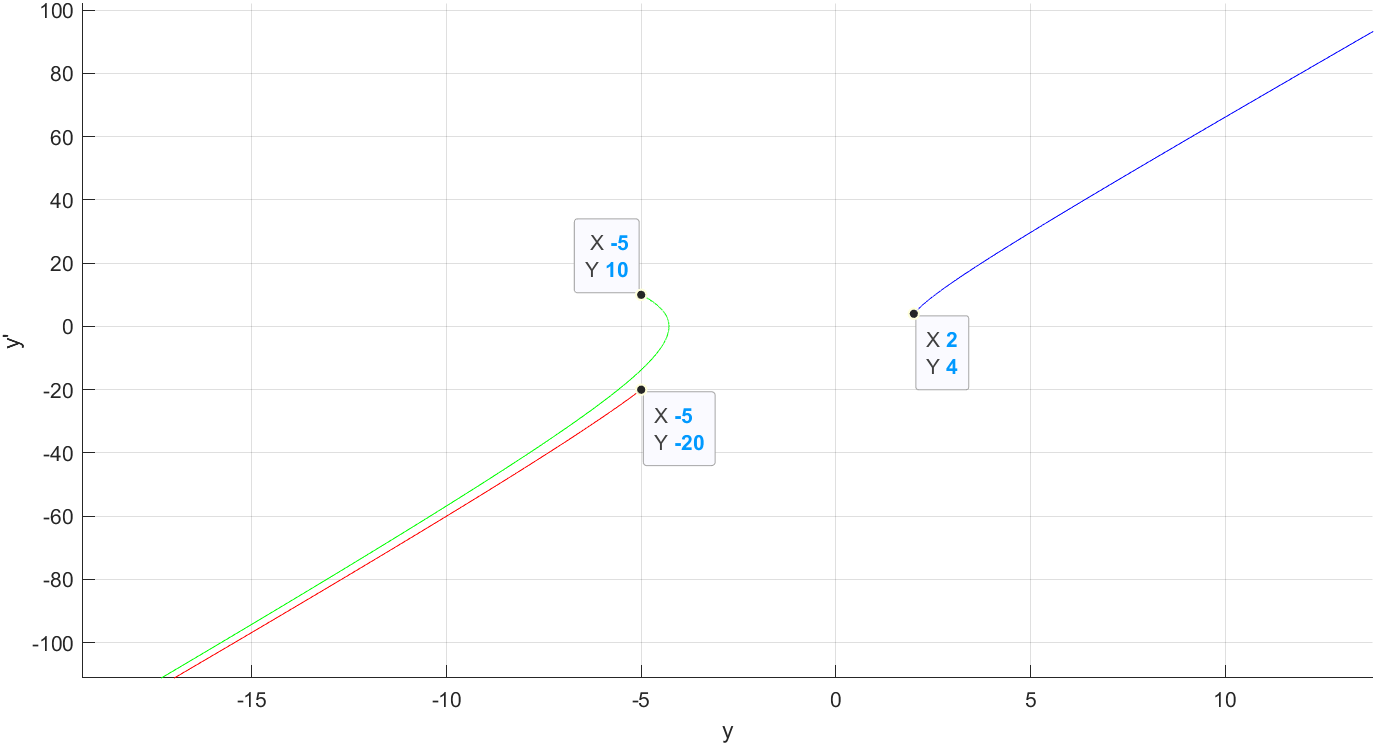


График 10. Фазовая траектория y'(y) для системы 2

Так как **система неустойчивая**, то все **траектории не сходятся** в нуль.



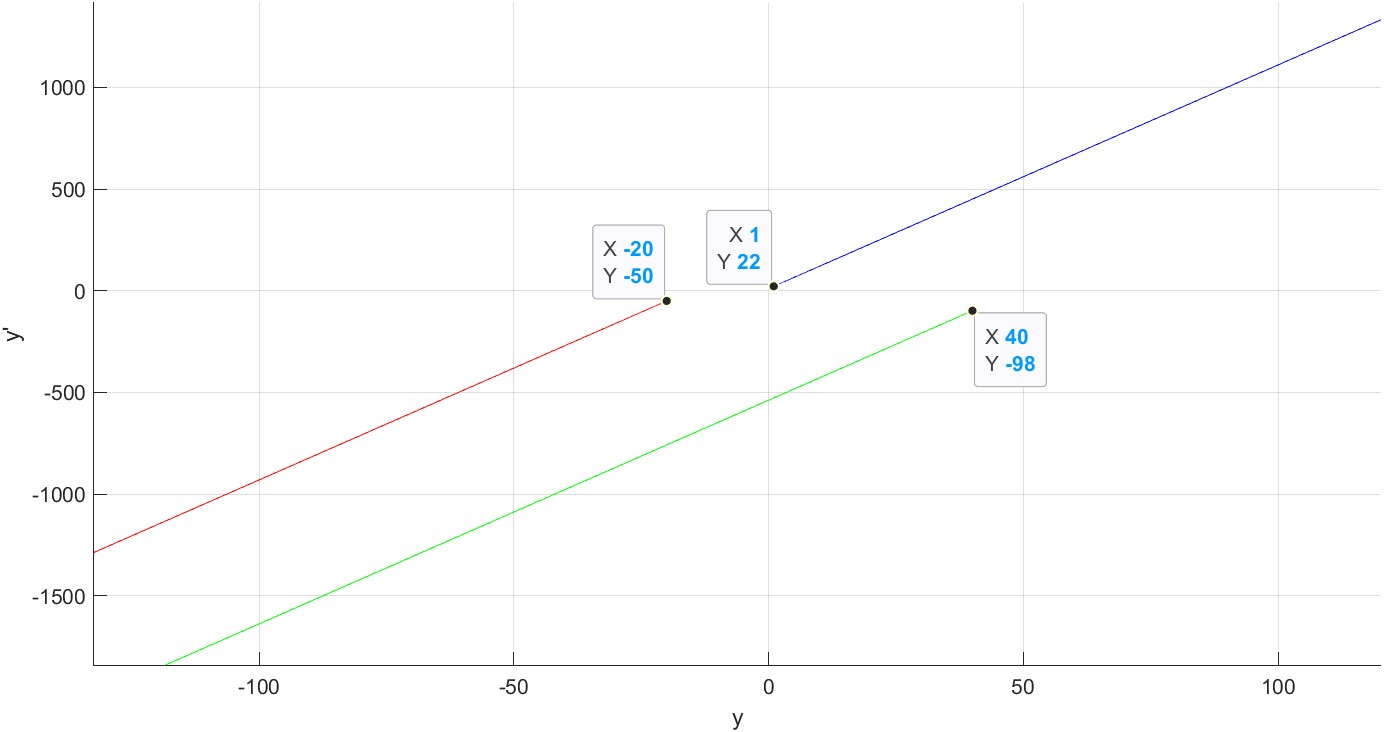
****

График 11. Фазовая траектория y'(y) для системы 3

Так как **система неустойчивая**, то все **траектории не сходятся** в нуль.



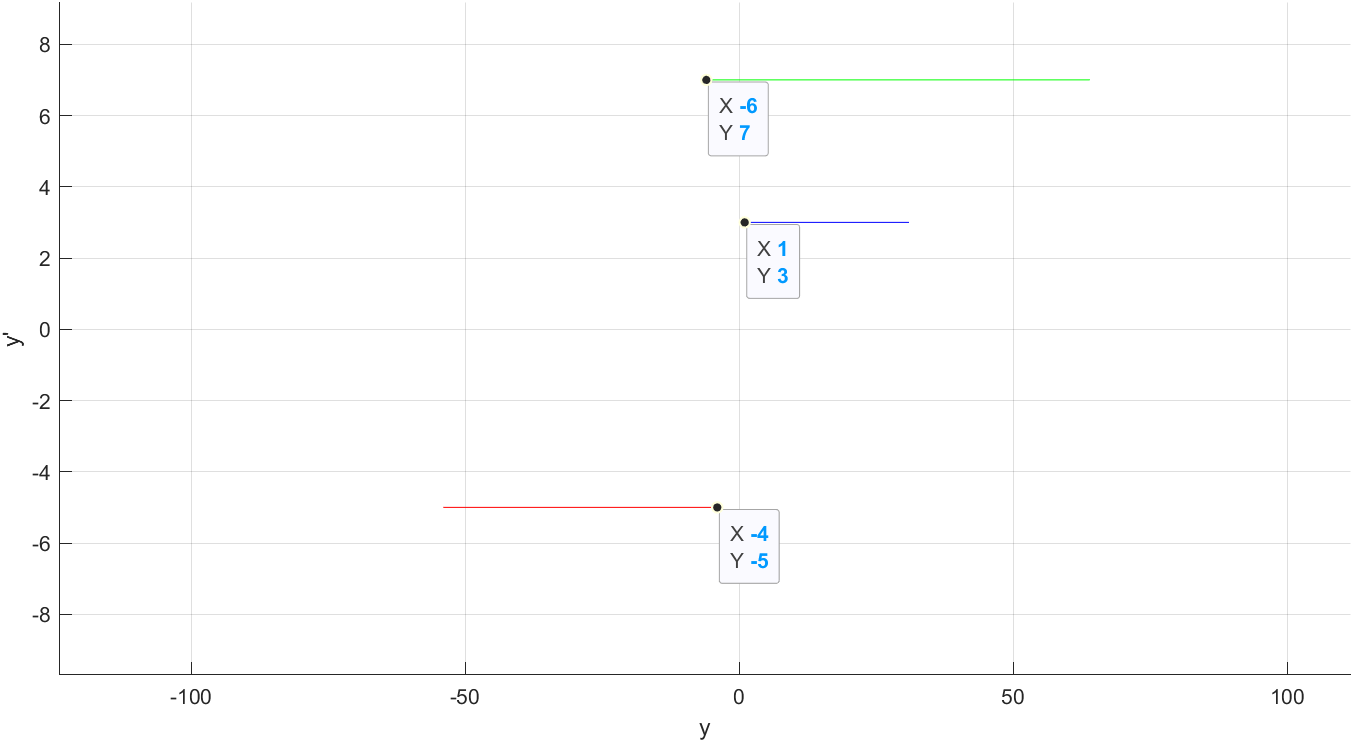
****

График 12. Фазовая траектория y'(y) для системы 4

Так как **система неустойчивая**, то все **траектории не сходятся** в нуль. И находятся параллельно Ox, потому что , т.е. равняется константе.



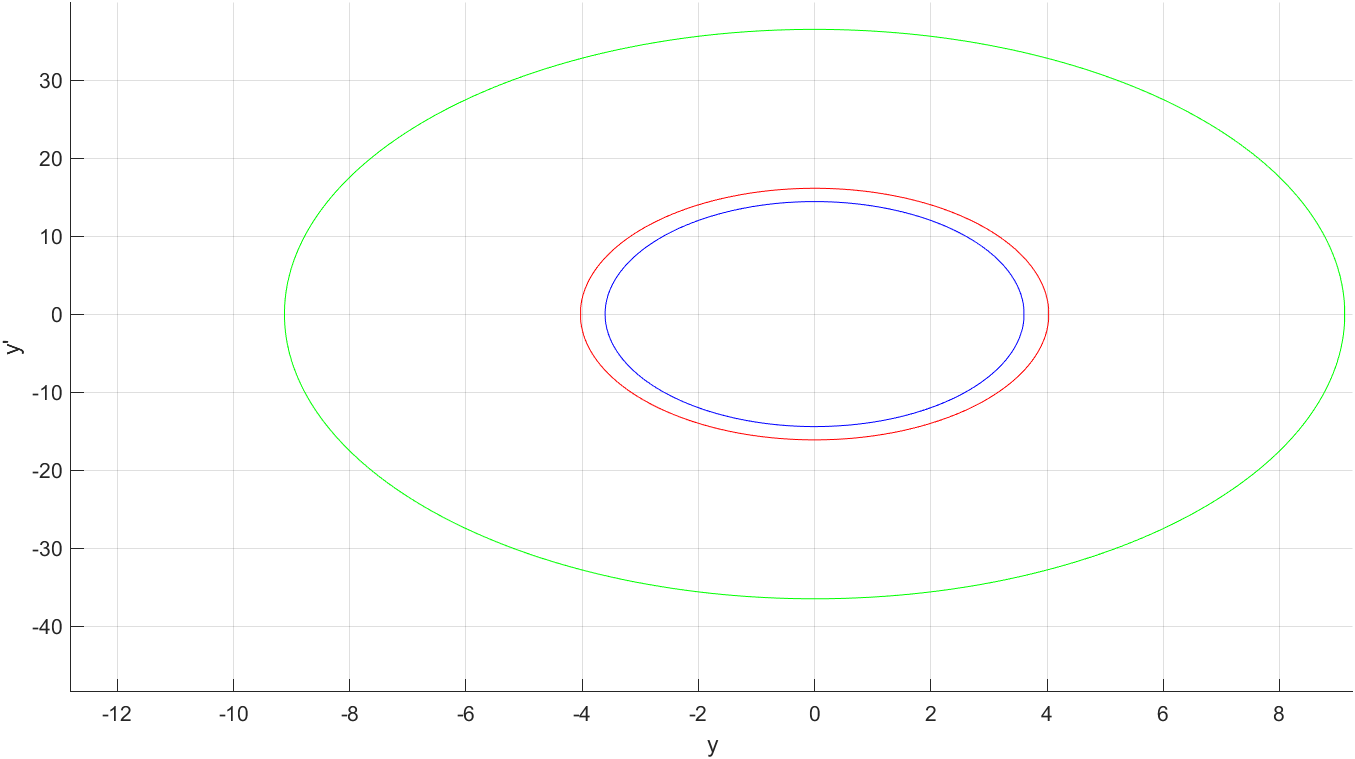
****

График 13. Фазовая траектория y'(y) для системы 5

**Система** находится в **колебательной границе** устойчивости. Фазовая траектория замкнута в виде овала. При увеличении модуля как чисто мнимых чисел, так и начальных условий, увеличивается и радиус.



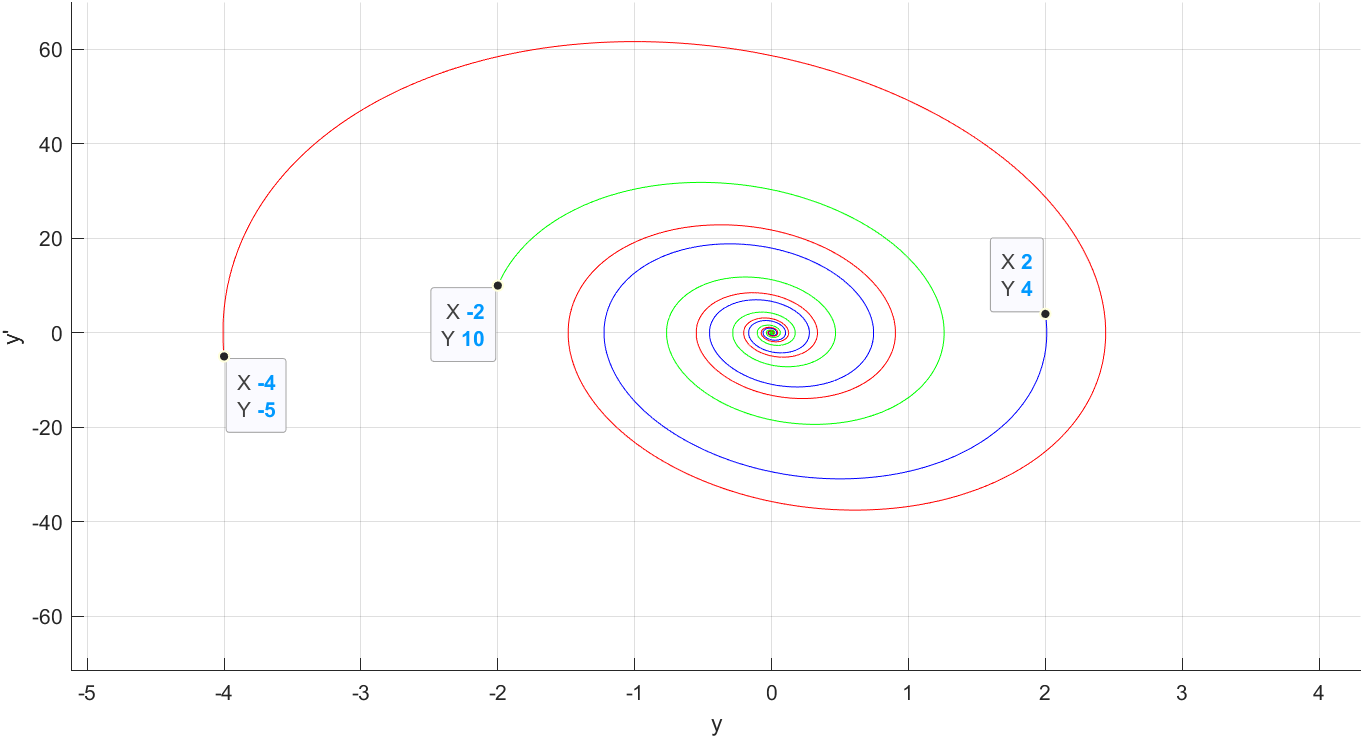


График 14. Фазовая траектория y'(y) для системы 6

На данном графике **система устойчивая** и сходится в нуль. Отношение мнимой части к вещественной будет влиять на «закрученность» системы. Чем отношение выше, тем система более «закрученная».



На данном графике **система неустойчивая** и расходится. Здесь отношение мнимой части к вещественной также влияет на «закрученность» системы.

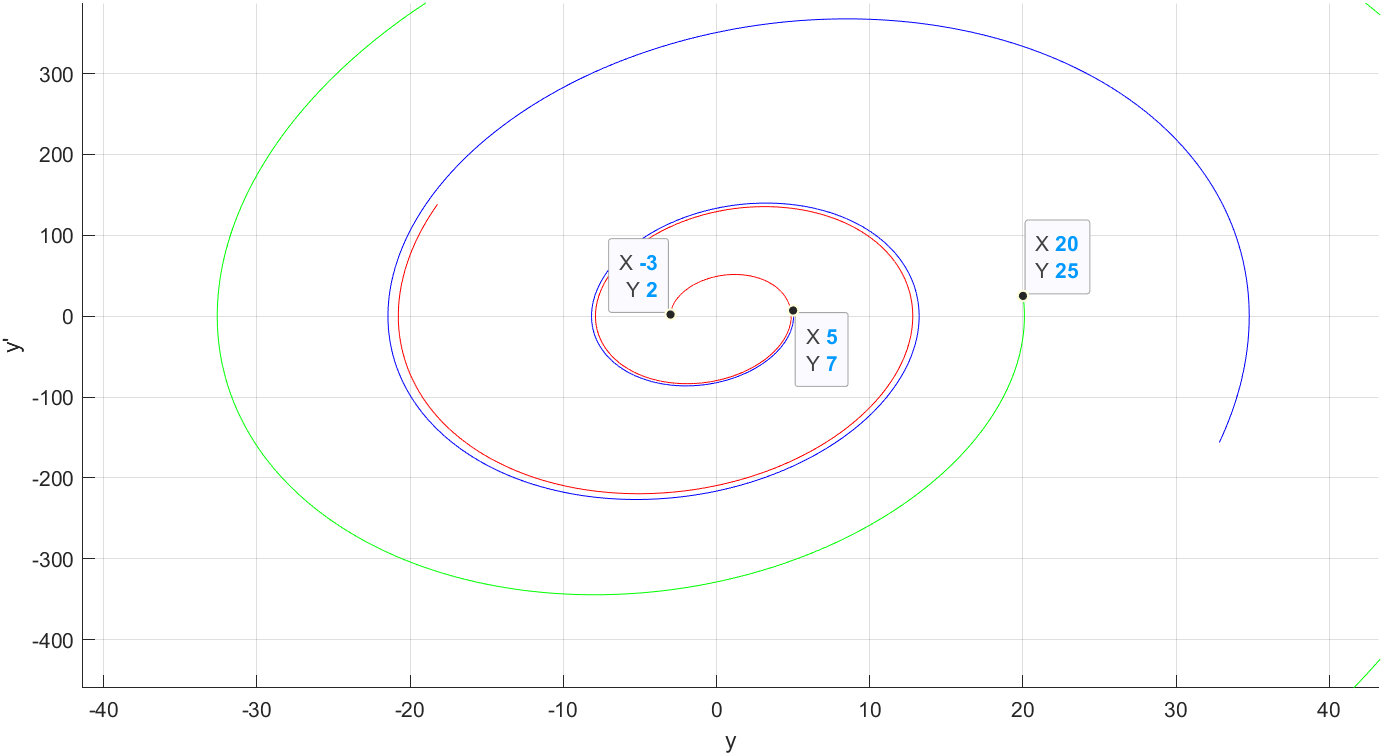
****

График 15. Фазовая траектория y'(y) для системы 7

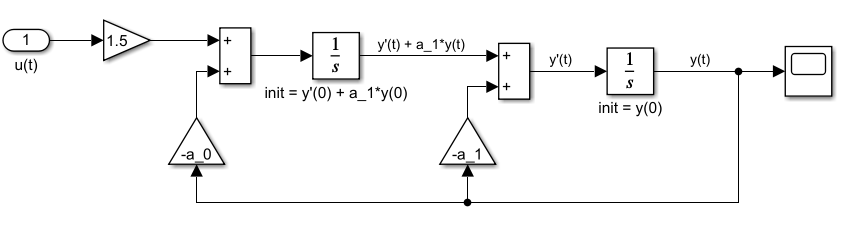
**Задание 3**

Схема 2. Моделирование полного движения системы

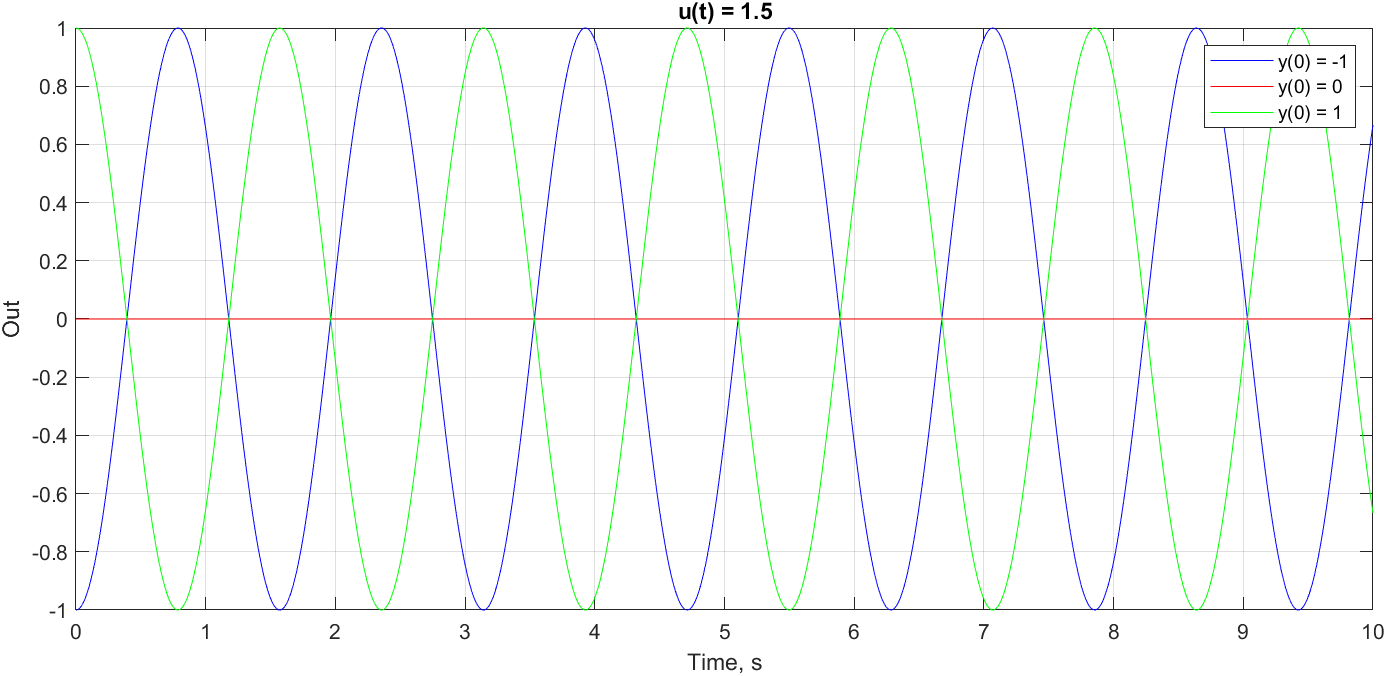


График 16. Выходные сигналы системы, которая находится в колебательной границе

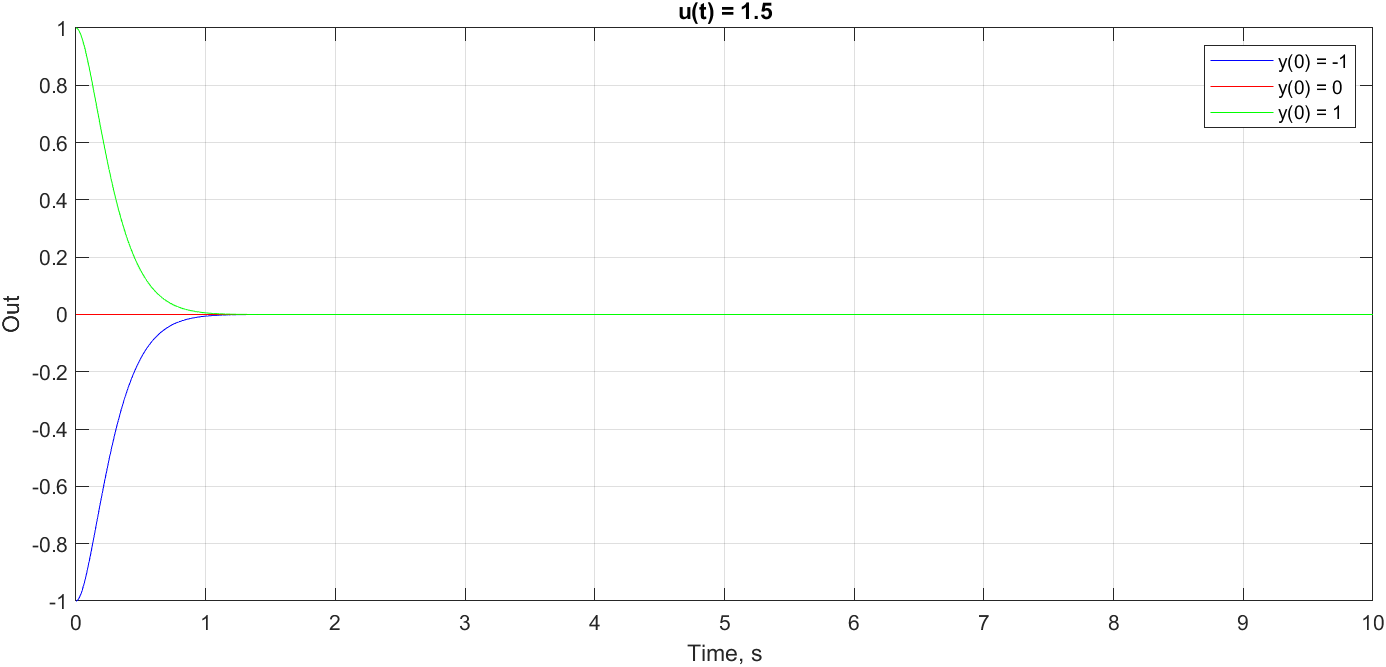


График 17. Выходные сигналы устойчивой системы

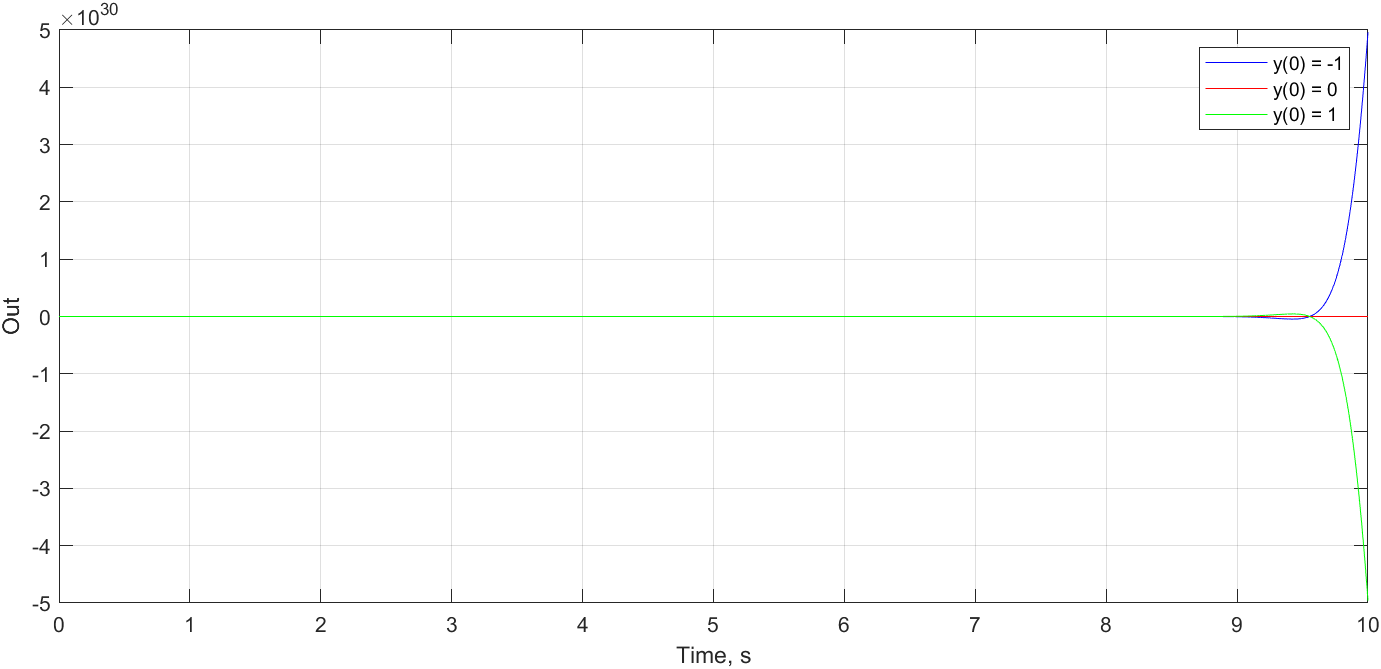


График 18. Выходные сигналы неустойчивой системы

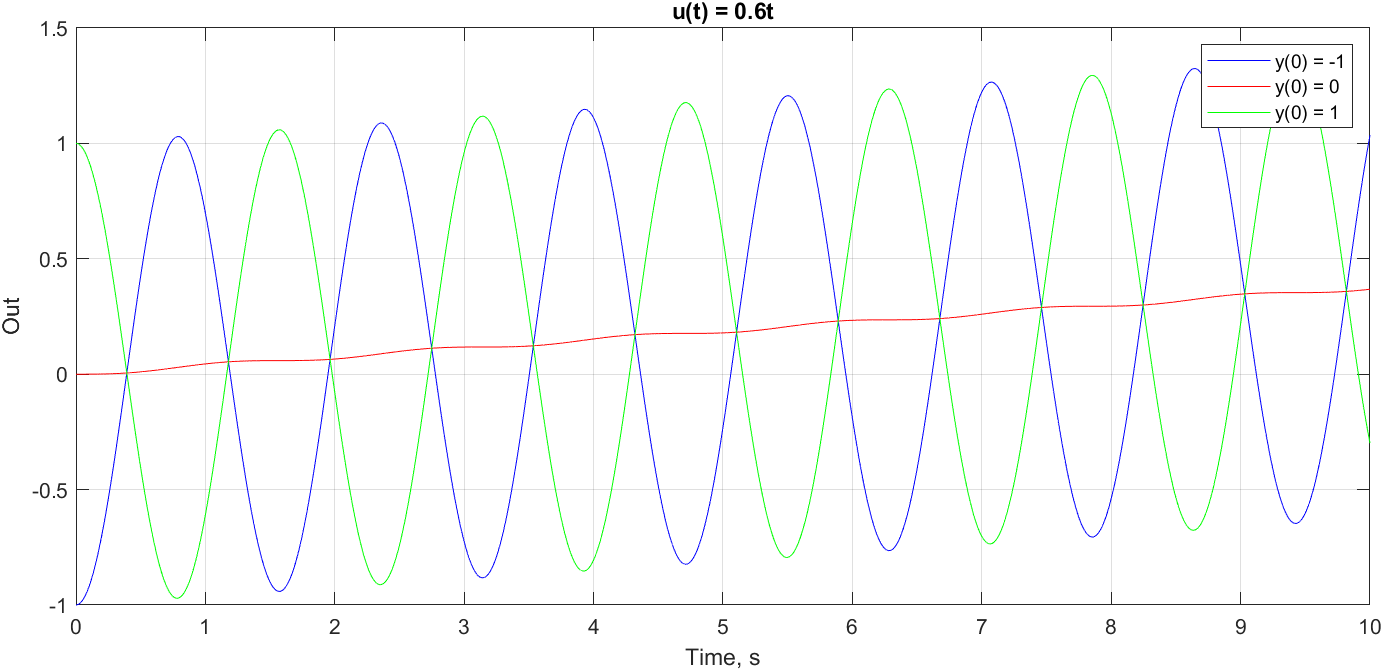


График 19. Выходные сигналы системы, которая находится в колебательной границе

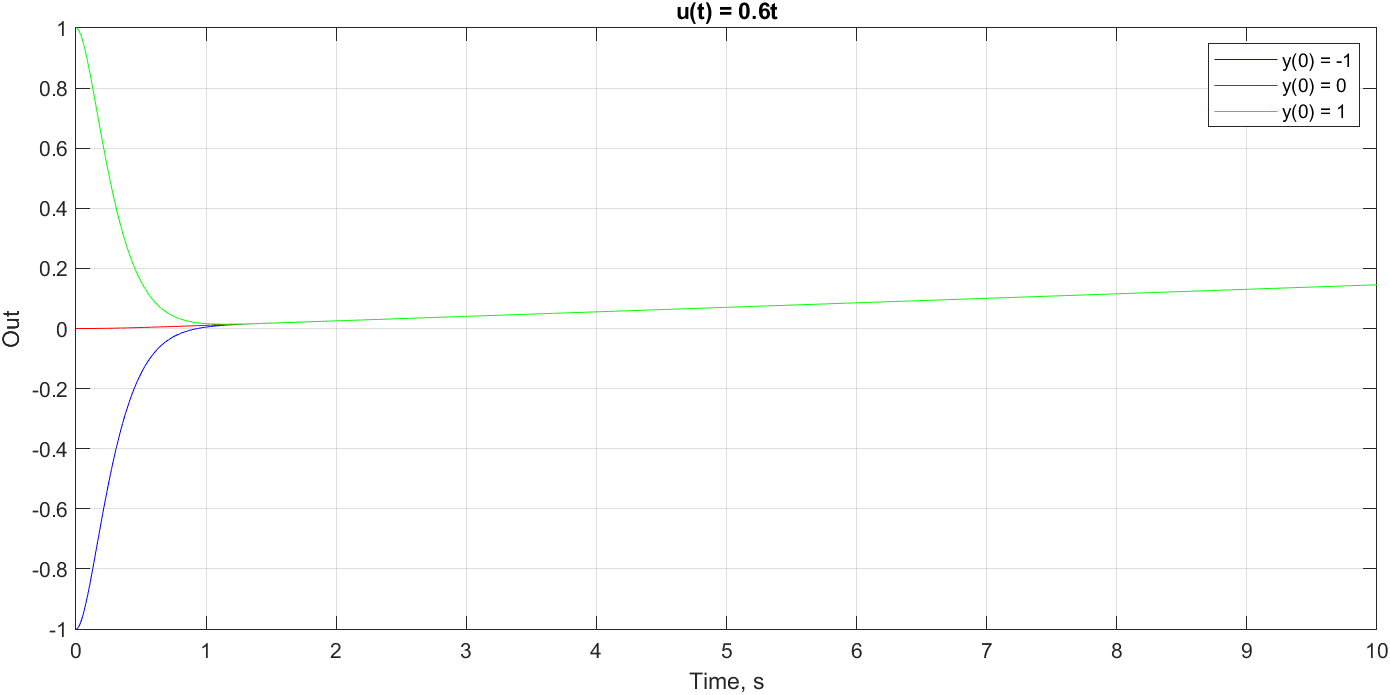


График 20. Выходные сигналы устойчивой системы

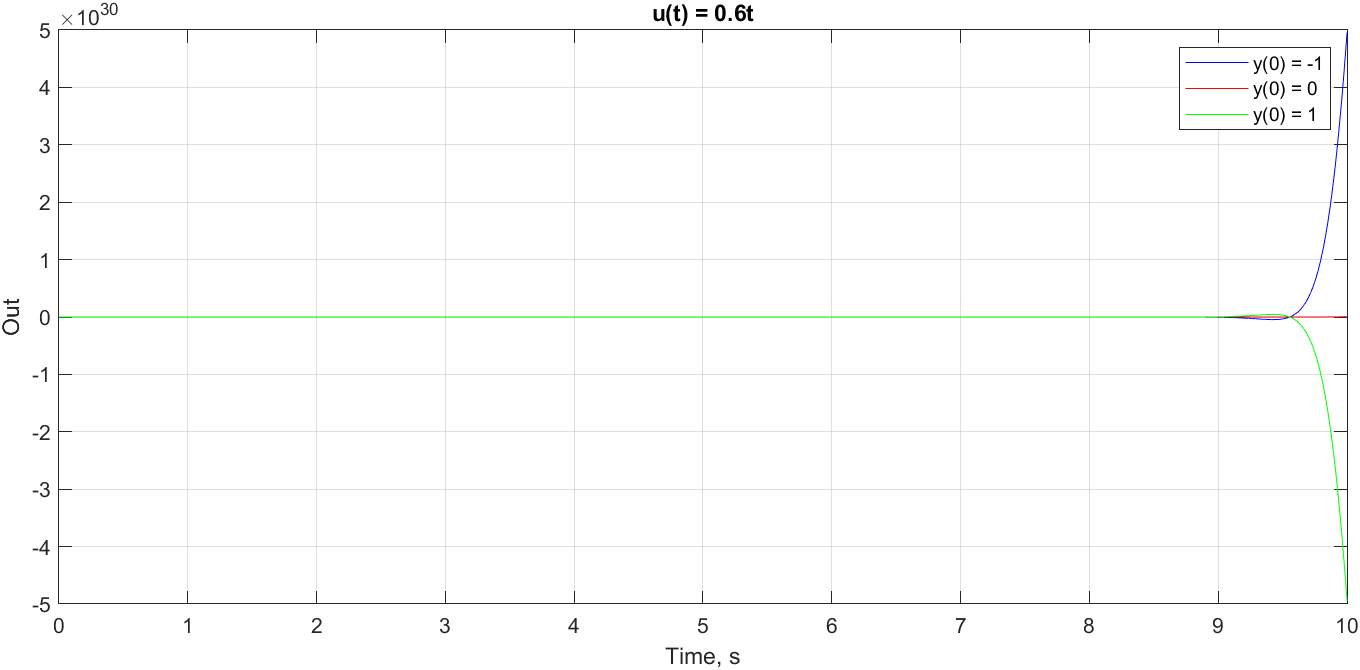


График 21. Выходные сигналы неустойчивой системы

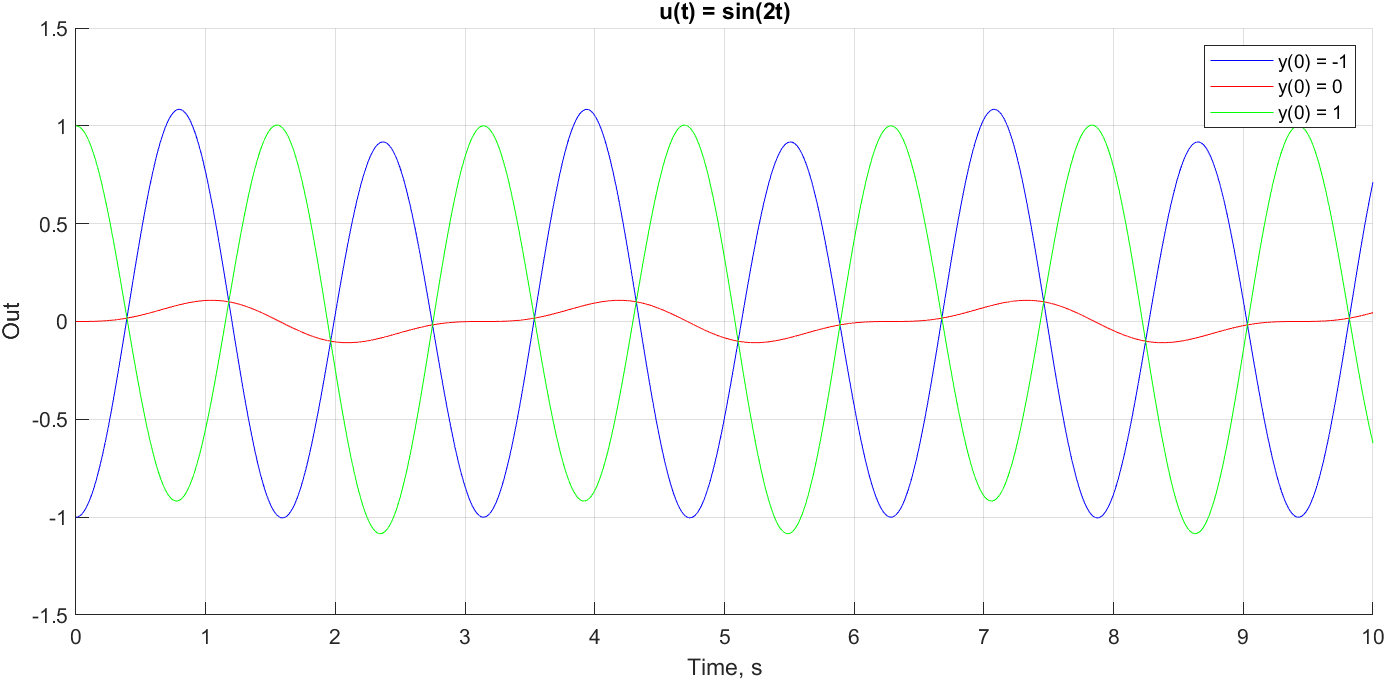


График 22. Выходные сигналы системы, которая находится в колебательной границе

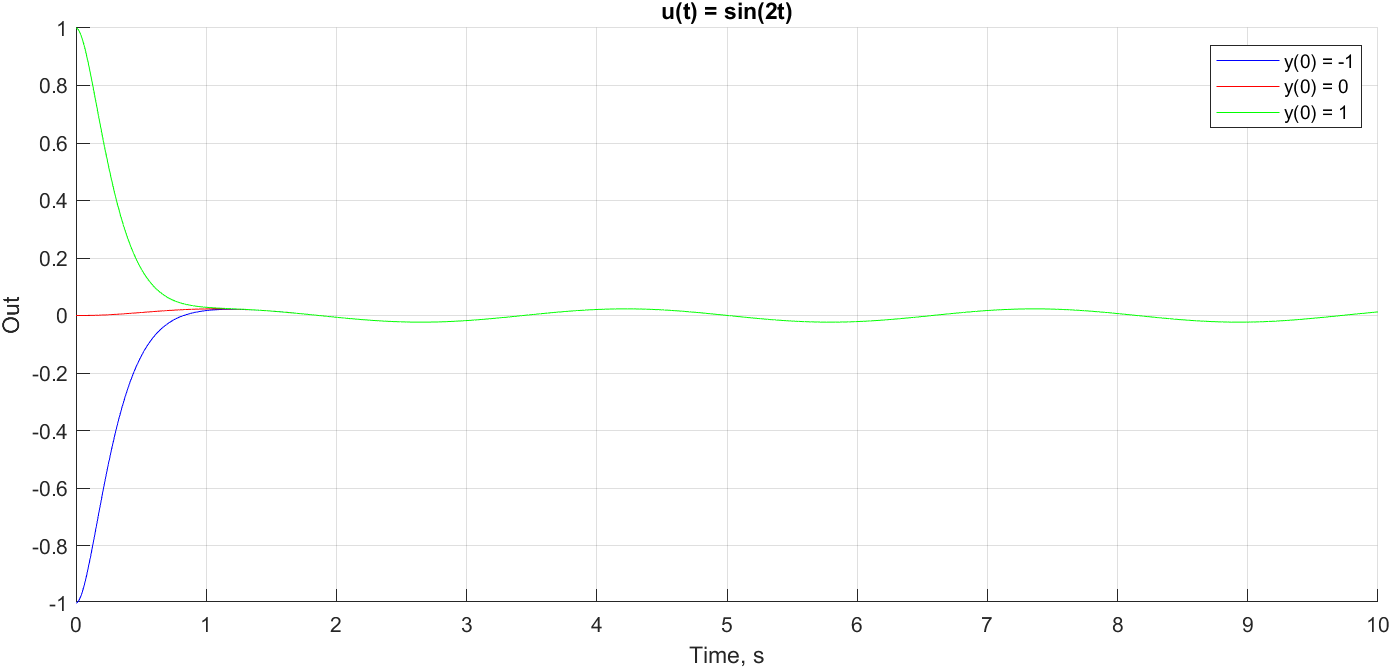


График 23. Выходные сигналы устойчивой системы

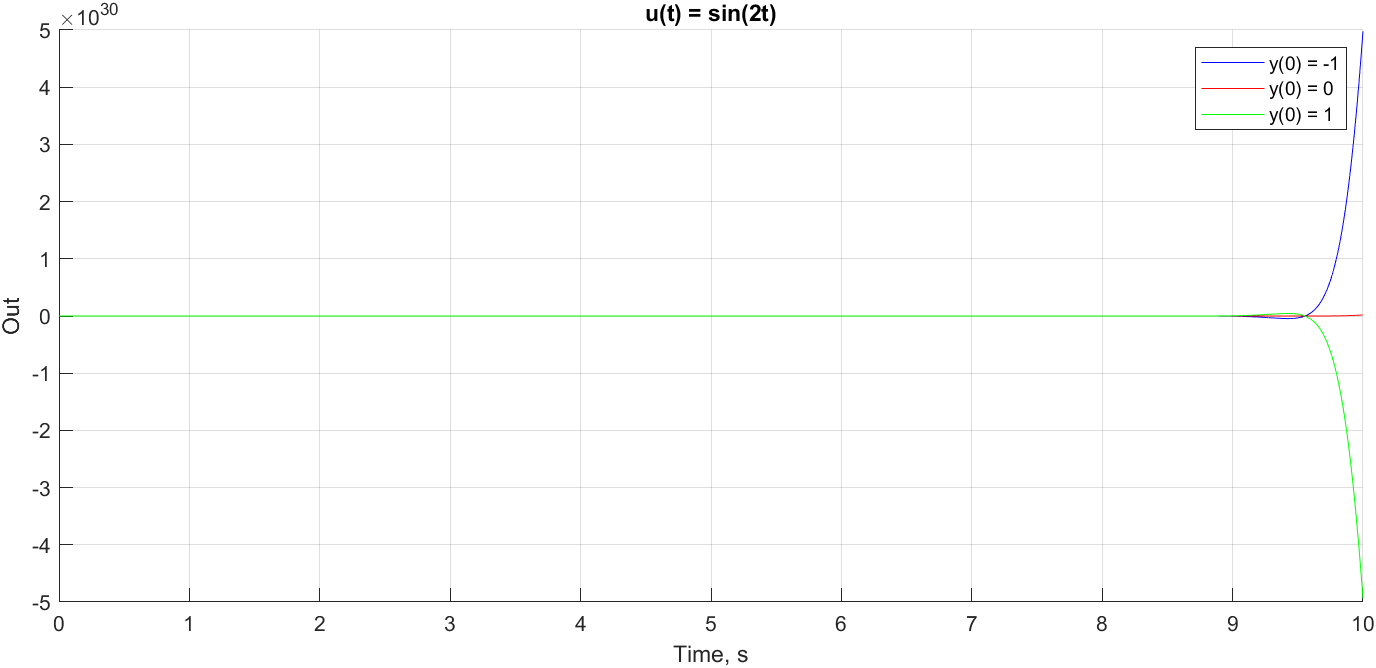


График 24. Выходные сигналы неустойчивой системы

**Задание 4**

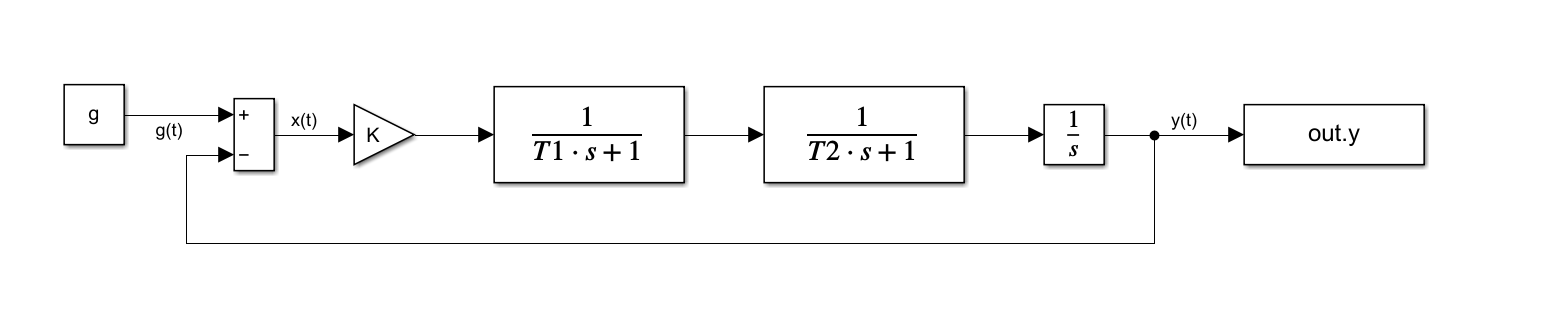


Схема 3. Моделирование системы

Найдем математическую модель системы:

Система асимптотически устойчива, если

Найдем значения :

Пространство параметров

. При зафиксированной .

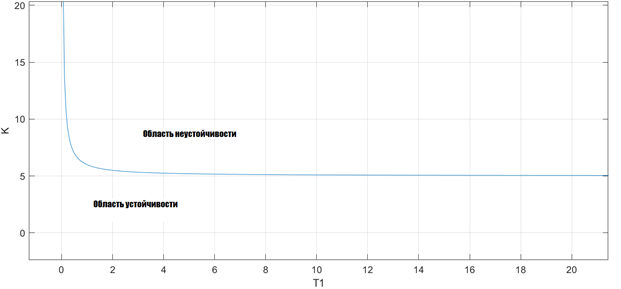


График 25. Границы устойчивости системы на плоскости 𝑜T1K

Пространство параметров

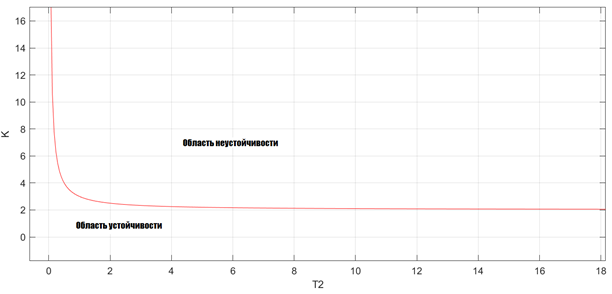
. При зафиксированной 

График 26. Границы устойчивости системы на плоскости 𝑜T2K

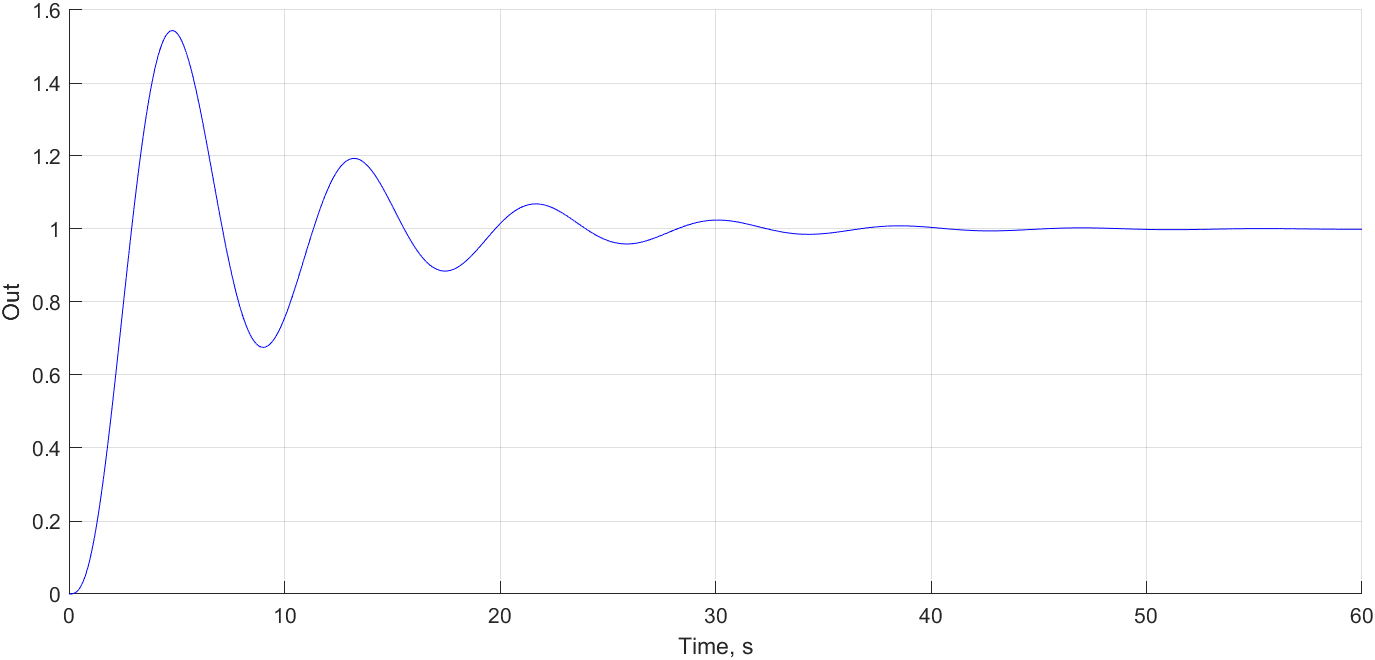


График 27. Моделирование при Т1 = 1, Т2 = 1, К = 1

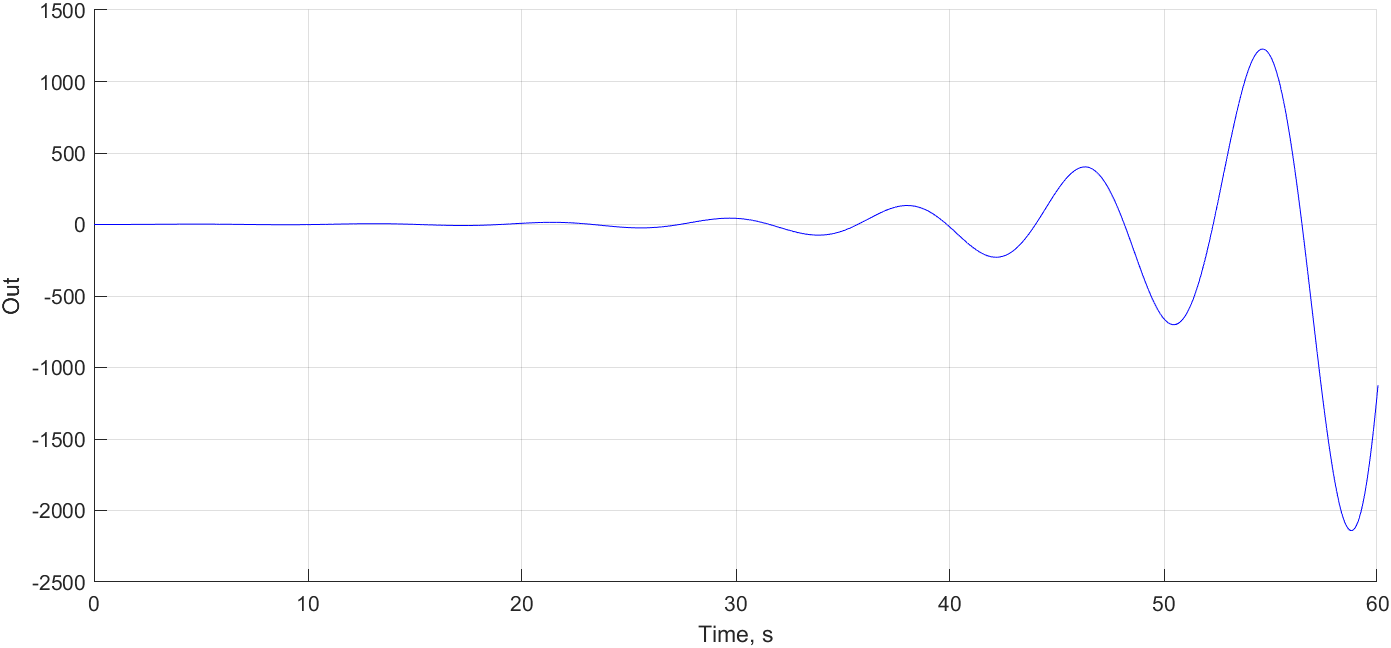


График 28. Моделирование при Т1 = 2, Т2 = 2, К = 3

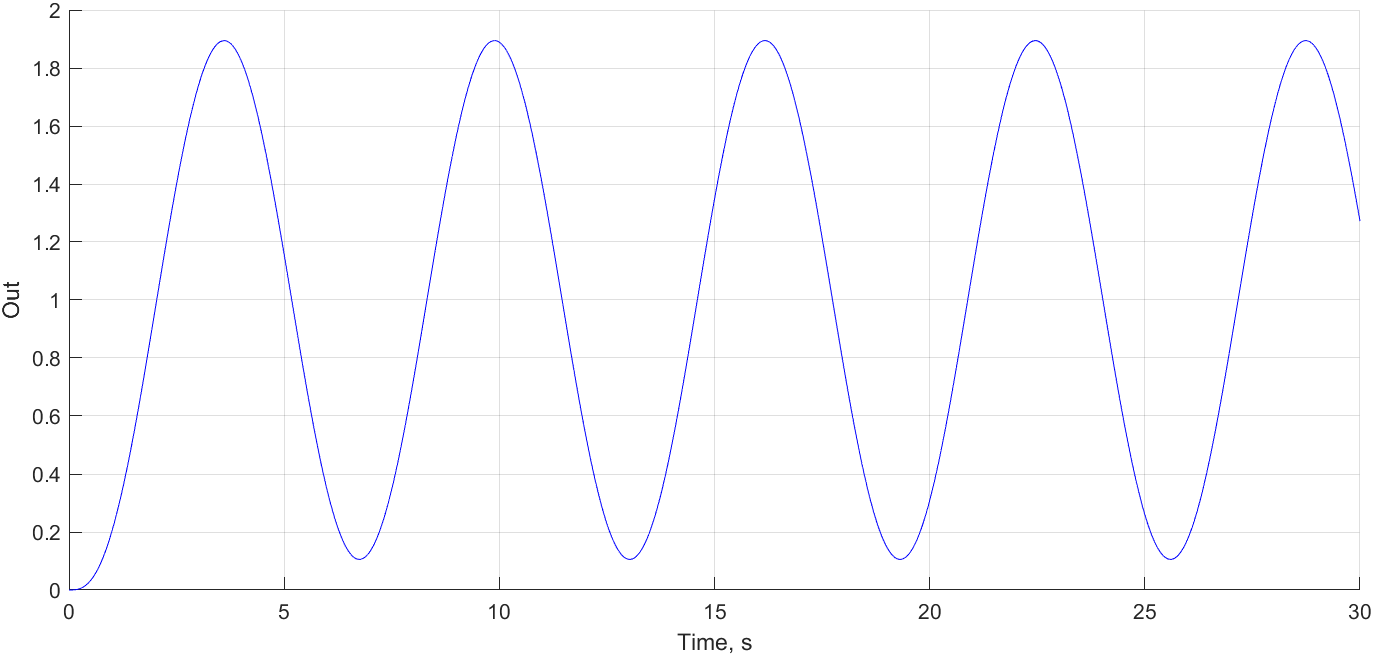


График 29. Моделирование при Т1 = 1, Т2 =1, К =2

Системы устойчивы и неустойчивы согласно нашим условиям, графики подтверждают наши расчеты.

**Задание 5**

Желаемый выход системы

Подумав, можно записать полную систему с начальными условиями

Запишем корни характеристического уравнения

Из них можно составить вещественную жорданову матрицу А:

Возведем экспоненту в Аt:

Составим уравнение:

И подберем C и x(0):

Промоделируем систему и получим графики:

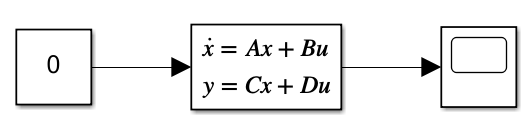


Схема 4

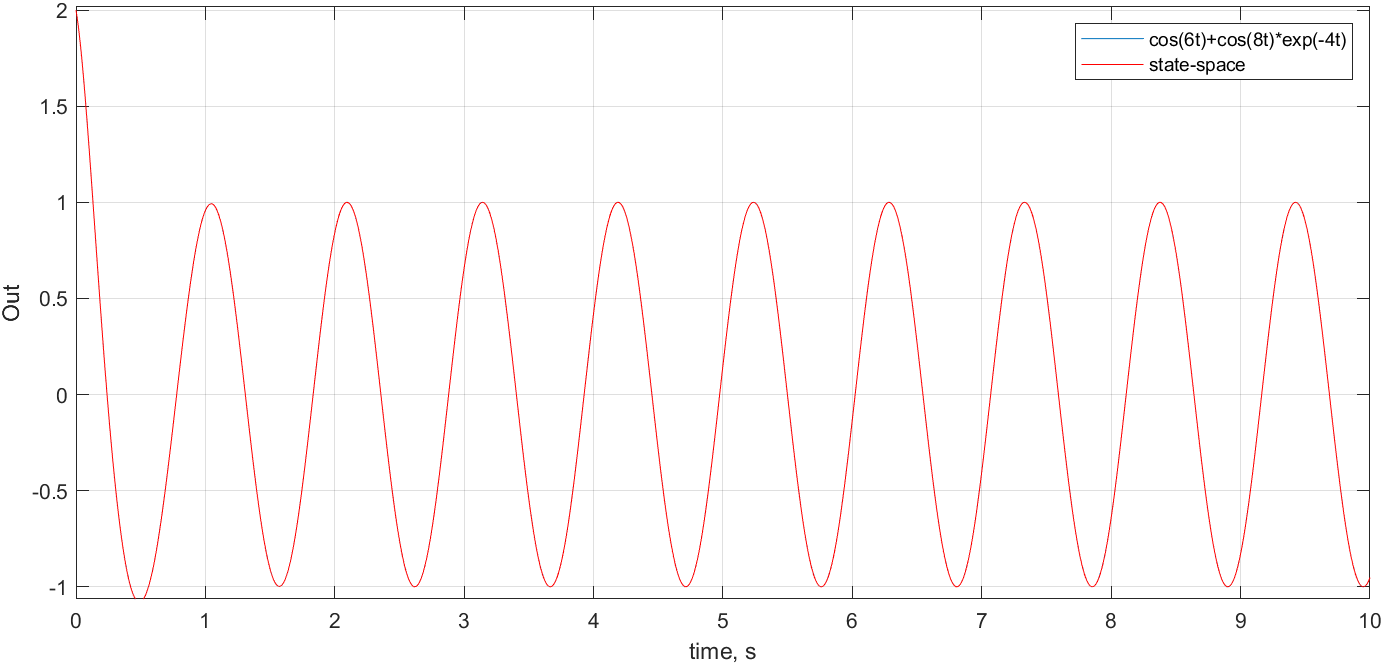


График 30. Выходные сигналы желаемой и найденной системы

Как видим, графики полностью накладываются друг на друга, значит расчёты выполнены верно.****

**Выводы**

В ходе выполнения лабораторной работы были исследованы на устойчивость различные системы. Проанализированы влияние корневых критериев на устойчивость, начальных условий. Изучены фазовые портеры системы, исследована зависимость корней, типа системы и их влияние на фазовые траектории. Также была построена схема моделирования линейной системы третьего порядка и аналитически определена граница устойчивости данной системы с помощью критерия Гурвица